

基于权马尔科夫链模型淮北平原西部地下水埋深预测研究

刘海^{1,2}

(1. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川成都 610059; 2. 安徽省公益性地质调查管理中心, 安徽合肥 230041)

摘要 地下水埋深动态预测研究是地下水资源评价的重要内容之一; 地下水位变化受气象、水文、地质、开采及补给等诸多因素制约, 而且各因素之间的关系很难确定, 难以用简单的线性函数进行描述, 故地下水埋深具有随机性。该研究采用基于权马尔科夫链建立淮北平原西部地下水埋深预测模型, 预测了区内地下水埋深所处的区间值, 结果表明研究区中深层地下水多处于[5.080 m, 5.960 m), 处于[6.448 m, +∞)出现的概率也偏高; 浅层地下水埋深多处于[2.925 m, 3.635 m), 处于[3.990 m, +∞)也呈现增大趋势, 研究表明在地下水不合理的开发利用下, 淮北平原西部地下水埋深呈增大趋势; 该研究成果为淮北平原西部地下水资源管理与决策提供一种新的方法。

关键词 淮北平原; 马尔科夫链; 预测; 地下水埋深

中图分类号 S273.4 **文献标识码** A

文章编号 0517-6611(2019)01-0068-06

doi: 10.3969/j.issn.0517-6611.2019.01.022



开放科学(资源服务)标识码(OSID):

Prediction of the Groundwater Table in the West of Huaibei Plain Based on Weight Markov Chain Model

LIU Hai^{1,2} (1. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan 610059; 2. Public Geological Survey Management Center in Anhui Province, Hefei, Anhui 230041)

Abstract The dynamical predication of groundwater buried depth is an important content of groundwater resource assessment. However, changes of groundwater buried depth are restricted by many factors, with difficulties in determining their relationships that can not depicted simply by linear model, such as meteorology, hydrology, geology, exploitation and replenishment, etc. which makes the randomness of groundwater buried depth. In this research, the interval values of groundwater buried depth in the west of Huaibei Plain were predicted by using a model based on Markov Chain. The results showed that the depth of middle-deep groundwater was mostly distributed in [5.080 m, 5.960 m) and the occurrence of the value at [6.448 m, +∞) also has relatively high probability; the depth of shallow groundwater was mostly distributed in [2.925 m, 3.635 m) and the occurring probability of the value at [3.990 m, +∞) was also increasing, both of which imply that the depth of groundwater in research area was deepening because of the unreasonable employment and thus corresponding prevention measures in water resource management should be proposed. This research may provide a new method for groundwater resource management and decision in the area.

Key words Huaibei Plain; Markov Chain; Prediction; Groundwater table

地下水埋深动态预测研究是地下水资源评价的重要内容之一, 但因受自然地理、地质构造、含水介质、降雨、开采、蒸发等多种因素的影响, 使得地下水埋深动态变化在时序上常表现出复杂的非线性特征^[1-3], 对其进行预测一直是学者研究的热点问题之一。目前地下水埋深的预测模型方法众多, 可划分为确定性模型和随机模型两大类。张忠永等^[4]利用神经网络方法, 根据地下水动态的时间序列数据, 建立地下水动态模型, 对地下水动态进行模拟和预测; 付强等^[5]利用回归分析、傅里叶级数谐波分析及自回归模型叠加拟合, 提出了一种非平稳时序地下水埋深预测模型; 高黎明等^[6]将灰色理论模型用于地下水埋深预测; 杨忠平等^[7]运用时间序列分析理论对地下水位动态变化进行了分析和预报; 王新民等^[8]采用基于指数预测法、灰色预测法以及线性回归预测法的变权组合预测方法进行水位埋深的模拟和预测; 喻黎明等^[9]建立基于极限学习机(Extreme learning machine, ELM)的地下水位埋深时空分布预测模型; 此外, 还有有限分析法、概率统计法等。不同的方法侧重点各不相同, 均取得较好的成果。

马尔科夫理论由俄国数学家马尔科夫(Markov)于20世

纪初最初提出, 其理论认为一些事物的变化与其近期状态关系极大, 而与其远期状态关系很小, 甚至可以忽略不计, 这种现象被称为“无后效性”。具有无后效性的随机过程称为马尔可夫过程, 而时间和状态均离散的马尔可夫过程称为马尔可夫链, 随着该理论的不断发展和完善, 目前马尔可夫链在降水径流预测^[10-13]、水质研究^[14-15]、土地利用^[16-17]、公路客运量^[18-19]、地质灾害预测及地层岩性方面^[20-22]得到广泛的应用; 马尔可夫链在地下水动态预测方面也有相关研究, 如宋印胜^[23]运用马尔可夫链模型对鲁南地区未来地下水水位进行状态范围预测; 李彬等^[24]运用随机理论, 建立了基于加权马尔科夫链的河套灌区地下水埋深预测模型。

安徽省淮北平原西部地下水主要受大气降水、河流侧向补给为主, 蒸发、向地表水泄流以及人工开采是地下水的主要排泄方式。区内地下水水位变化受气象、水文、地质、开采及补给等因素制约, 而且各因素之间的关系很难确定, 难以用简单的线性函数进行描述, 故地下水埋深具有随机性^[24]。马尔科夫模型把系统看作一个整体, 对所研究的系统进行状态划分, 研究系统从一个状态到下一个状态的转移规律, 符合地下水埋深随机变化的特点。同时研究区地下水水位连续监测数据达30年以上, 基本具备了进行马尔科夫方法应用研究的基础。鉴于此, 笔者采用加权马尔科夫链建立淮北平原西部地下水埋深动态预测模型, 预测研究区地下水埋深所处的区间值, 将模糊集理论的隶属度和级别特征值引入预

测中,实现了对地下水埋深具体值的预测,拓展马尔科夫链模型在地下水动态预测中的应用,同时为该地区地下水资源管理与决策提供一种新的方法。

1 权马尔科夫链预测原理与方法

马尔科夫链是状态和时间均离散的马尔科夫过程,其最重要的特征是“马氏性”,也称“无后性”,即在系统“现在”的状态条件下,其“将来”的状态与“过去”的状态无关。其解决预测问题的基本思路是:如果具各种状态的某种事物或某种现象的时间序列满足马尔科夫性,则根据时刻的状态即可预测时刻的状态。

1.1 马尔科夫链数学描述 定义在概率空间 (Ω, F, P) 上的随机序列 $\{X(t), t \in T\}$,其中参数集 $T = \{0, 1, 2, \dots\}$,状态空间 $E = \{0, 1, 2, \dots\}$,称为马尔科夫链,如果对任意的正整数 l, m, k ,以及任意的非负整数 $j_1 > \dots > j_2 > j_1 (m > j_1), j_{m+k}, i_m, i_l, \dots, i_{l-2}, i_{l-1}$ 有

$$P\{X_{(m+k)} = i_{(m+k)} | X_{(m)} = i_m, X_{(j_l)} = i_{j_l}, \dots, X_{(j_2)} = i_{j_2}, X_{(j_1)} = i_{j_1}\} = P\{X_{(m+k)} = i_{(m+k)} | X_{(m)} = i_m\} \quad (1)$$

成立。这里要求式(1)的左端有意义。即假定:

$$P\{X_{(m)} = i_m, X_{(j_l)} = i_{j_l}, \dots, X_{(j_2)} = i_{j_2}, X_{(j_1)} = i_{j_1}\} > 0 \quad (2)$$

在实际应用中,一般只考虑齐次马尔科夫链,即对任意 $k, n \in N^+$,有

$$P_{ij}(n, k) = P_{ij}(k) \quad i, j = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

式中 $P_{ij}(n, k)$ 表示“阶段 n 的状态为 i ,经 k 步转移至状态 j 的概率”, $P_{ij}(k)$ 表示“从状态 i 经 k 步转移至状态 j 的概率”。此时转移概率与初始时刻无关, k 取1时 $P_{ij}(1)$ 记为 $P_{ij}^{[10, 24-25]}$ 。

齐次的马尔科夫链 $(X_{(t)})$ 完全由其初始分布 $\{P_{(i)}, i = 0, 1, \dots\}$ 及其状态转移概率矩阵 $\{P_{ij}, i, j = 0, 1, \dots\}$ 所确定。

1.2 加权马尔科夫链预测的思路 由于地下水埋深是一系列相依的随机变量,各阶自相关系数描述了各种滞时的地下水埋深间的相关系数及强弱程度。故可考虑先分别依前面若干时段的地下水埋深对该时段的地下水埋深进行预测,然后按前面各时段与该时段相依关系的强弱加权求和,最后根据各状态加权求和的结果来预测该时段可能所处的状态,即能达到充分、合理利用信息进行预测的目的^[24-25]。

1.3 加权马尔科夫链预测步骤 基于上述思路,加权马尔科夫链预测的具体方法步骤如下^[24-25]:

(1)以样本均方差为标准计算地下水埋深的分级标准,确定地下水埋深所对应的状态,确定马尔科夫的状态空间 $E = \{1, 2, \dots, m\}$ 。

(2)统计状态转移频数矩阵,计算状态转移概率矩阵。用 $f_{ij}(i, j \in E)$ 来表示转移频数矩阵的元素,即指标值序列 x_1, x_2, \dots, x_n 从状态 i 经过一步转移到状态 j 的频数,对(1)步的结果进行统计,可以得到频数矩阵 f_{ij} ,根据

$$P_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sum_{j=1}^m f_{ij}} \quad (m \leq 5) \quad (4)$$

计算出一步状态转移概率 $P_{ij}(i, j \in E)$ 。

(3)地下水埋深序列的“马氏性”检验。

随机过程是否满足“马氏性”是应用马尔科夫链模型进行概率分析和解决问题的前提。通常离散序列的马尔科夫链可用 χ^2 统计量来检验。

$$\chi^2 = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij} \left| \lg \frac{P_{ij}}{P_{.j}} \right| \quad (m \leq 5) \quad (5)$$

式中, $P_{.j}$ 为(2)中统计所得的状态转移频数矩阵 f_{ij} 的边际概率,即将 f_{ij} 的第 j 列元素之和除以第 i 行,第 j 列元素的总和所得的值:

$$P_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^m f_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij}} \quad (m \leq 5) \quad (6)$$

当指标值序列数 n 充分大时,统计量 χ^2 服从自由度为 $(m-1)^2$ 的 χ^2 分布。给定显著性水平 α ,查表可得分位点 $\chi^2[(m-1)^2]$ 的值,计算后可得统计量 χ^2 的值,若 $\chi^2 > \chi^2[(m-1)^2]$,则可认为序列满足马氏性。

(4)计算地下水埋深序列自相关系数 r_k 及规范化的自相关系数;计算各阶自相关系数 $r_k(k \in E)$ 公式如下:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{x})(X_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{x})^2} \quad (7)$$

其中, r_k 表示第 k 阶自相关系数; X_t 表示第 t 年的地下水埋深; \bar{x} 表示逐年(逐月)地下水埋深序列的平均值; n 为地下水埋深序列的长度。

规范化的自相关系数为 w_k ,即:

$$w_k = |r_k| / \sum_{k=1}^m |r_k| \quad (m \leq 5) \quad (8)$$

式中, w_k 为各种滞时的马尔科夫的权重。

(5)统计确定不同滞时(步长)的马尔科夫的转移概率矩阵。

(6)将同一状态的各种预测概率加权和作为地下水埋深处于该状态的预测概率,即:

$$P_i = \sum_{k=1}^m w_k P_i^{(k)} \quad (i \in E) \quad (9)$$

当满足条件 $\max\{P_i, i \in E\} > 0.5$ 时,根据最大隶属度原则,取 $\max\{P_i, i \in E\}$ 所对应的状态 i 为该时段地下水埋深所处的状态;否则采用级别特征值法研判其状态,若 $-0.5 < S - i < 0.5$,则该时段地下水埋深所处的状态为 i ;应用级别特征值求出该时段具体的地下水埋深,并将其与实测值作比较。

(7)求解级别特征值:先做归一化处理, $d_i = P_i^\alpha / \sum_{i=1}^5 P_i^\alpha$,式中 α 为最大概率的作用系数,通常取2或4。定义 $S = \sum_{i=1}^5 d_i$ 为级别特征值。如果根据最大概率确定的状态为 i ,并且 $S > i$,则预测值为 $U_i S / (i + 0.5)$;反之,预测值为 $L_i S / (i - 0.5)$,其中 U_i, L_i 分别为状态 i 区间的上限和下限。待该地下水埋深确定后,将其加入原序列,再重复(1)~(7),可以进行下一个时段地下水埋深的预测。

2 加权马尔科夫链预测模型的应用

2.1 研究区概况 研究区包括亳州、阜阳、界首、涡阳、太和、利辛、临泉、阜南、凤台9个县市,面积1.81万 km^2 。地处皖豫交界,交通便利,铁路有京九线、淮阜线、濉阜线、阜漯线等,公路交通有界阜蚌高速公路、105国道和以亳州、阜阳为

中心的交通干线。

研究区属典型黄淮堆积型地貌,由泛滥微高地、泛滥坡平地、决口扇形地、河间洼地、河间平地、河漫滩等微地貌组成。除在研究区东北部的涡阳龙山局部有零星的溶蚀低丘分布;东部及南部为冲积-剥蚀平原,地形平坦,总体由西北向东南缓倾,地面标高 20~42 m。

研究区属暖温带半湿润季风气候区,具有明显的过渡性气候特征,四季分明;多年年平均气温 14.7℃,多年平均降雨量 808.6 mm,多年平均蒸发量 1 604.2 mm。

研究区河流属淮河水系,区内地表水系发育,呈平行、等距展布。流向大体均为 120°,由北西向东南斜贯本区注入淮河。主要有淮河及其支流颍河、泉河和西淝河,均自西北流向东南;其次有黑茨河和涡河等,其中颍河、泉河为 2 条较大河流。

2.2 监测数据及处理 从 20 世纪 80 年代以来,研究区布置了大量的地下水监测孔,其中包括浅层地下水、中深层地下水、深层地下水监测孔等,其部分孔的位置如图 1 所示。监测频率有逐日、5 d 监测等。该研究数据采集时间为 2010 年 1 月—2015 年 12 月,每月 5、10、15、20、25、30 日(2 月份为 28 d)采集的地下水埋深数据。大部分数据均采用人工测量地下水埋深,部分采用自动化测量。

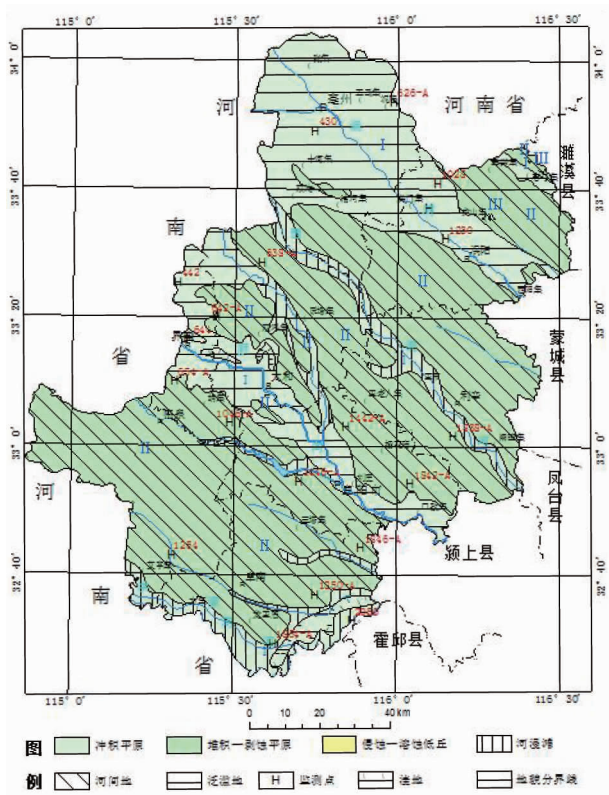


图 1 研究区地貌及监测孔位置图

Fig.1 Location of geomorphology and monitoring hole in research area

目前,研究区主要以开采中深层、深层地下水为主,由于超采原因,区内地下水自流现象早已不存在,而且造成阜阳、涡阳等地多处地下水降落漏斗,引发地面沉降。考虑到合理

开发利用中深层地下水,选取中深地下水埋深作为研究对象,将每月的 5、10、15、20、25、30 日(2 月份为 28 d)所采集的数据取平均值作为该月的地下水埋深,将研究区统计井位埋深取平均值作为研究区的地下水埋深。

2.3 成果与分析 (1)建立地下水埋深的分级标准,根据 2010 年 1 月—2015 年 10 月地下水埋深数据,可求得研究区地下水埋深的平均值为 $\bar{x}=5.52$,均方差为 $s=0.88$ 。根据上述计算结果,建立如表 1 的 5 个级别(对应马尔科夫链的 5 个状态)。

表 1 研究区地下水埋深分级标准

Table 1 Classification of groundwater table in study area

状态 Status	分级标准 Grading standard	数值区间 Numerical interval//m
1	$x < \bar{x} - 1.1s$	$x < 4.552$
2	$\bar{x} - 1.1s \leq x < \bar{x} - 0.5s$	$4.552 \leq x < 5.080$
3	$\bar{x} - 0.5s \leq x < \bar{x} + 0.5s$	$5.080 \leq x < 5.960$
4	$\bar{x} + 0.5s \leq x < \bar{x} + 1.1s$	$5.960 \leq x < 6.448$
5	$x \geq \bar{x} + 1.1s$	$x \geq 6.448$

(2)按照表 1 的分级标准确定 2010 年 1 月—2015 年 10 月地下水埋深的空间状态,如表 2 所示。

(3)对 2010 年 1 月—2015 年 10 月共 70 个月的地下水埋深作马氏性检验。由表 2 可得转移频数矩阵(f_{ij})和一步转移概率矩阵(P_{ij}):

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} 12 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 12/13 & 1/13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29/33 & 4/33 & 0 \\ 0 & 0 & 3/7 & 2/7 & 2/7 \\ 0 & 0 & 0 & 2/12 & 10/12 \end{bmatrix}$$

$$\chi^2 = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij} \left| \lg \frac{P_{ij}}{P_{.j}} \right| = 64.5351, \text{对于给定显著水平,查表}$$

可得分位点 $\chi^2_{\alpha} [(5-1)^2] = \chi^2_{\alpha} (16) = 26.30$,满足 $\chi^2 > \chi^2 [(m-1)^2]$,故研究区地下水埋深满足马氏性。

(4)计算地下水埋深序列的各阶自相关系数及其规范化,结果如表 3 所示。

(5)根据表 2 经统计计算得到步长为 1、2、3、4、5 马尔科夫链的转移概率频率:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 12/13 & 1/13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29/33 & 4/33 & 0 \\ 0 & 0 & 3/7 & 2/7 & 2/7 \\ 0 & 0 & 0 & 2/12 & 10/12 \end{bmatrix}$$

表 2 研究区地下水埋深及其空间状态

Table 2 Groundwater buried depth and its spatial status in research area

序号 Code	时间 Time	水位埋深 Buried depth of groundwater//m	状态 State	序号 Code	时间 Time	水位埋深 Buried depth of groundwater//m	状态 State
1	2010-01	3.96	1	37	2013-01	5.57	3
2	2010-02	3.93	1	38	2013-02	5.72	3
3	2010-03	3.85	1	39	2013-03	5.87	3
4	2010-04	3.84	1	40	2013-04	5.96	3
5	2010-05	3.88	1	41	2013-05	6.00	4
6	2010-06	4.05	1	42	2013-06	6.38	4
7	2010-07	4.14	1	43	2013-07	6.78	5
8	2010-08	4.22	1	44	2013-08	7.17	5
9	2010-09	4.10	1	45	2013-09	6.70	5
10	2010-10	4.09	1	46	2013-10	6.49	4
11	2010-11	4.23	1	47	2013-11	6.39	4
12	2010-12	4.36	1	48	2013-12	6.50	5
13	2011-01	4.47	1	49	2014-01	6.57	5
14	2011-02	4.59	2	50	2014-02	6.65	5
15	2011-03	4.65	2	51	2014-03	6.56	5
16	2011-04	4.73	2	52	2014-04	6.55	5
17	2011-05	4.90	2	53	2014-05	6.58	5
18	2011-06	5.26	3	54	2014-06	6.54	5
19	2011-07	5.34	3	55	2014-07	6.74	5
20	2011-08	5.57	3	56	2014-08	7.17	5
21	2011-09	5.55	3	57	2014-09	6.37	4
22	2011-10	5.44	3	58	2014-10	5.96	3
23	2011-11	5.30	3	59	2014-11	5.69	3
24	2011-12	5.25	3	60	2014-12	5.66	3
25	2012-01	5.23	3	61	2015-01	5.66	3
26	2012-02	5.22	3	62	2015-02	5.61	3
27	2012-03	5.17	3	63	2015-03	5.74	3
28	2012-04	5.26	3	64	2015-04	5.59	3
29	2012-05	5.43	3	65	2015-05	5.87	3
30	2012-06	5.87	3	66	2015-06	5.97	4
31	2012-07	5.80	3	67	2015-07	5.61	3
32	2012-08	6.26	4	68	2015-08	5.69	3
33	2012-09	5.87	3	69	2015-09	5.95	3
34	2012-10	5.53	3	70	2015-10	5.97	4
35	2012-11	5.50	3	71	2015-11	5.82	3
36	2012-12	5.55	3	72	2015-12	5.80	3

表 3 各阶自相关系数和各种步长的马尔科夫链权重

Table 3 Each autocorrelation coefficient and weights of the Markov Chain

项目 Item	1	2	3	4	5
r_k	0.742 3	0.692 1	0.642 9	0.599 6	0.738 4
w_k	0.217 3	0.202 6	0.188 2	0.175 6	0.216 2

$$P^{(4)} = \begin{bmatrix} 9/13 & 4/13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24/30 & 4/30 & 2/30 \\ 0 & 0 & 2/7 & 2/7 & 3/7 \\ 0 & 0 & 3/12 & 2/12 & 7/12 \end{bmatrix}$$

$$P^{(5)} = \begin{bmatrix} 8/13 & 4/13 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22/30 & 5/30 & 3/30 \\ 0 & 0 & 2/6 & 2/6 & 2/6 \\ 0 & 0 & 4/12 & 1/12 & 7/12 \end{bmatrix}$$

(6) 根据 2010 年 1 月—2015 年 10 月的地下水埋深监测数据及其相应的状态转移概率矩阵对 2015 年 12 月进行预测,结果如表 4 所示。

(7) 由表 4 可知, $\max\{P_i, i \in E\} = 0.645 1 > 0.5$, 根据隶属度原则, 2015 年 11 月的地下水埋深的状态为 3, 对应地下水埋深的区间为 $[5.080, 5.960)$, 而 2015 年 11 月实测的地下水埋深为 5.82 m。该研究中 α 取 2, 可求出具体的预测值

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} 11/13 & 2/13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2/4 & 2/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 27/32 & 5/32 & 0 \\ 0 & 0 & 3/7 & 0 & 4/7 \\ 0 & 0 & 1/12 & 3/12 & 8/12 \end{bmatrix}$$

$$P^{(3)} = \begin{bmatrix} 10/13 & 3/13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25/31 & 5/31 & 1/31 \\ 0 & 0 & 4/8 & 0 & 4/8 \\ 0 & 0 & 2/12 & 3/12 & 7/12 \end{bmatrix}$$

5.14 m,误差为11.68%。将2015年11月的地下水埋深添加到原监测序列中,同理以2010年1月—2015年11月的地下

水埋深资料预测2015年12月的地下水埋深及其状态,预测结果见表5。

表4 2015年11月地下水埋深预测结果

Table 4 State prediction for monthly groundwater in November, 2015

初始月 Initial month	状态 State	滞时 Lag time//月	权重 Weight	状态1 State 1	状态2 State 2	状态3 State 3	状态4 State 4	状态5 State 5	概率来源 Probability source
2015-10	4	1	0.231 9	0.000 0	0.000 0	0.428 6	0.285 7	0.285 7	$p^{(1)}$
2015-09	3	2	0.215 2	0.000 0	0.000 0	0.843 8	0.156 3	0.000 0	$p^{(2)}$
2015-08	3	3	0.198 7	0.000 0	0.000 0	0.806 5	0.161 3	0.032 3	$p^{(3)}$
2015-07	3	4	0.184 1	0.000 0	0.000 0	0.800 0	0.133 3	0.066 7	$p^{(4)}$
2015-06	4	5	0.170 2	0.000 0	0.000 0	0.333 3	0.333 3	0.333 3	$p^{(5)}$
P_i (加权)				0.000 0	0.000 0	0.645 1	0.213 2	0.141 7	
s 级别特征值 Eigenvalue of grade s						3.016 3			

由表5可知, $\max\{P_i, i \in E\} = 0.731 7 > 0.5$, 根据隶属度原则, 2015年12月的地下水埋深的状态为3, 对应地下水埋深的区间为[5.08, 5.96), 而2015年12月实测的地下水埋深为5.80 m。该研究中 α 取2, 可求出具体的预测值5.57 m,

误差为9.26%。研究表明, 由于中长期水文预报的复杂性, 一般认为其相对误差小于20%就已经令人满意。这充分说明应用该方法进行地下水埋深的中长期预报是可行、有效的^[24]。

表5 2015年12月地下水埋深预测结果

Table 5 State prediction for monthly groundwater table in December, 2015

初始月 Initial month	状态 State	滞时 Lag time//月	权重 Weight	状态1 State 1	状态2 State 2	状态3 State 3	状态4 State 4	状态5 State 5	概率来源 Probability source
2015-11	3	1	0.205 0	0.000 0	0.000 0	0.878 8	0.121 2	0.000 0	$p^{(1)}$
2015-10	4	2	0.202 4	0.000 0	0.000 0	0.428 6	0.000 0	0.571 4	$p^{(2)}$
2015-09	3	3	0.199 9	0.000 0	0.000 0	0.812 5	0.156 3	0.031 3	$p^{(3)}$
2015-08	3	4	0.197 5	0.000 0	0.000 0	0.806 5	0.129 0	0.064 5	$p^{(4)}$
2015-07	3	5	0.195 2	0.000 0	0.000 0	0.733 3	0.166 7	0.100 0	$p^{(5)}$
P_i (加权)				0.000 0	0.000 0	0.731 7	0.114 1	0.154 2	
s 级别特征值 Eigenvalue of grade s						3.105 8			

(9) 各种步长的马尔科夫链的特征分析(遍历性与平稳分析): 由表4、5可知, 步长为1的马尔科夫链的相依性较强, 故以此链的特征作分析。由其状态转移概率:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 12/13 & 1/13 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29/33 & 4/33 & 0 \\ 0 & 0 & 3/7 & 2/7 & 2/7 \\ 0 & 0 & 0 & 2/12 & 10/12 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.932 1 & 0.076 9 & 0.000 0 & 0.000 0 & 0.000 0 \\ 0.000 0 & 0.750 0 & 0.250 0 & 0.000 0 & 0.000 0 \\ 0.000 0 & 0.000 0 & 0.878 8 & 0.121 2 & 0.000 0 \\ 0.000 0 & 0.000 0 & 0.428 6 & 0.285 7 & 0.285 7 \\ 0.000 0 & 0.000 0 & 0.000 0 & 0.166 7 & 0.833 3 \end{bmatrix}$$

根据遍历性定理, 该链存在唯一的平稳分布, 并且此时的平稳分布即为它的极限分布。

设此链的平稳分布为 $\{\pi_i, j \in E\}$, 极限分布求解方程为:

$$\sum_{j \in E} \pi_j = 1, \pi_j = \sum_{i \in E} \pi_i p_{ij}, j \in E \quad (10)$$

式中, i, j 为状态, π_i, π_j 分别为状态 i, j 的平稳分布; p_{ij} 为状态 i 到 j 的一步转移概率。

故可建立如下方程组:

$$\begin{cases} \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 = 1 \\ 0.076 9\pi_1 + 0.750 0\pi_2 + 0.000 0\pi_3 + 0.000 0\pi_4 + 0.000 0\pi_5 = \pi_2 \\ 0.000 0\pi_1 + 0.250 0\pi_2 + 0.878 8\pi_3 + 0.428 6\pi_4 + 0.000 0\pi_5 = \pi_3 \\ 0.000 0\pi_1 + 0.000 0\pi_2 + 0.121 2\pi_3 + 0.285 7\pi_4 + 0.166 7\pi_5 = \pi_4 \\ 0.000 0\pi_1 + 0.000 0\pi_2 + 0.000 0\pi_3 + 0.285 7\pi_4 + 0.833 3\pi_5 = \pi_5 \end{cases}$$

解方程组, 满足 $\pi_j \geq 0 (j=1, 2, 3, 4, 5)$, $\sum_{j=1}^5 \pi_j = 1$ 的唯一解是: $\pi_1 = 0.000 0, \pi_2 = 0.000 0, \pi_3 = 0.565 8, \pi_4 = 0.160 0, \pi_5 = 0.274 2$, 由此可解得平稳分布与各状态的重现期如表6所示。

表6 研究区中深层地下水水平稳分布与各状态重现期

Table 6 Stationary distribution and return period for each status in study area

状态 Status	1	2	3	4	5
π_i	0.000 0	0.000 0	0.565 8	0.160 0	0.274 2
$T_i = \mu_i // a$	—	—	1.76	6.25	3.65

根据研究区现有地下水埋深监测资料, 结合该研究确定的分级标准可以推断出, 研究区地下水埋深状态为3的机会最多, 平均每隔1.76年出现1次, 出现的概率为0.565 8, 即研究区中深层地下水埋深处在[5.080, 5.960)的机会最

大,对于状态 5 每隔 3.65 年出现 1 次的概率为 0.274 2,即地下水埋深在 $[6.448, +\infty)$ 出现的概率也偏高,即在不合理开发利用地下水情况下,研究区地下水埋深将呈增大趋势。

同理,按照上述的原理、方法以及步骤可得到研究区浅层地下水的平稳分布和各状态重现期如表 7。

表 7 研究区浅层地下水平稳分布与各状态重现期

Table 7 Stationary distribution and return period for each status in study area

状态 Status	1	2	3	4	5
π_i	0.227 0	0.116 8	0.291 7	0.160 4	0.204 1
$T_i = \mu_i // a$	4.41	8.56	3.43	6.23	4.90

可见研究区浅层地下水埋深状态为 3 的机会最多,平均每隔 3.43 年出现 1 次,出现的概率为 0.291 7,即研究区地下水埋深处在 $[2.925, 3.635)$ 的机会最大;地下水埋深状态 2,地下水埋深 $[2.570, 2.925)$ 出现的机会最少,平均每隔 8.56 年出现 1 次,出现的概率为 0.116 8;对于状态 5 每隔 4.90 年出现 1 次,即地下水埋深 $[3.990, +\infty)$ 出现的概率也偏高,浅层地下水埋深也在逐年增加。不难发现,研究区地下水埋深均呈现增大趋势。

3 结论

在水资源评价中,地下水埋深动态变化、预测是一项重要的内容,目前存在较多的预测评价模型。该研究基于马尔科夫链模型对淮北平原西部地下水埋深进行了预测研究,获得了一些认识。

(1) 地下水位埋深是地下水补、径、排等条件信息的综合体现,利用马尔科夫链模型,考虑历史信息,对地下水埋深进行预测,在一定的条件下可以获得较高精度的预测。

(2) 该研究将模糊集理论中的隶属度和级别特征值引入到预测模型中,实现了对地下水埋深具体值的预测,拓展了模型的预测能力。

(3) 应用遍历定理,计算序列的极限分布表明,研究区中深层地下水多处于 $[5.080 \text{ m}, 5.960 \text{ m})$,处于 $[6.448 \text{ m}, +\infty)$ 出现的概率也偏高;浅层地下水埋深多处于 $[2.925 \text{ m}, 3.635 \text{ m})$,处于 $[3.990 \text{ m}, +\infty)$ 也呈现增大趋势,在地下水资源不合理的开发利用下,区地下水埋深呈增大趋势。

(4) 水资源管理部门应对该地区地下水资源提出科学的

管理措施以应对地下水埋深增大的变化趋势,防止地下水超采引发地下水漏斗、地面沉降等环境地质问题。

参考文献

- [1] 杨金忠,蔡树英.地下水动态预测的多层递阶组合模型[J].水科学进展,1995,6(2):101-106.
- [2] 李荣峰,沈冰,张金凯.考虑周期性变化的地下水埋深预测记忆模型[J].农业工程学报,2005,21(7):34-37.
- [3] 李文超,胡天然,魏永霞.BP-ANN模型在地下水动态预测中的应用研究[J].东北农业大学学报,2009,40(9):44-47.
- [4] 张忠永,王明涛,贾惠艳.人工神经网络在地下水动态预测中的应用[J].辽宁工程技术大学学报,2002,21(4):504-506.
- [5] 付强,门宝辉,王志良,等.非平稳时序模型在三江平原井灌水稻区地下水动态变化中的应用[J].系统工程理论与实践,2003(1):132-138.
- [6] 高黎明,李林.优化GM(1,1)模型在预测地下水埋深中的应用[J].塔里木大学学报,2005,17(1):11-13.
- [7] 杨忠平,卢文喜,李平.时间序列模型在吉林西部地下水动态变化预测中的应用[J].水利学报,2005,36(12):1475-1479.
- [8] 王新民,崔巍.变权组合预测模型在地下水水位预测中的应用[J].吉林大学学报(地球科学版),2009,39(6):1101-1105.
- [9] 喻黎明,严为光,龚道枝,等.基于ELM模型的浅层地下水埋深时空分布预测[J].农业机械学报,2017,48(2):215-223.
- [10] 孙才志,林学钰.降水预测的模糊马尔科夫模型及应用[J].系统工程学报,2003,18(4):294-299.
- [11] 夏乐天,朱元胜,沈永梅.加权马尔科夫链在降水状况预测中的应用[J].水利水电科技进展,2006,26(6):20-23.
- [12] 王亚雄,黄淑娟,刘祖发,等.变化环境下北江下游年径流量的加权马尔科夫链预测[J].生态环境学报,2011,20(4):754-760.
- [13] 杜川,梁秀娟,王中凯,等.改进灰色-马尔科夫模型在年降水量预测中的应用研究[J].节水灌溉,2014(6):32-36.
- [14] 龙珂良,陈星,崔广柏,等.基于马尔科夫模型下的水质评价[J].水资源保护,2016,32(2):133-138.
- [15] 范丽丽,邱利,田威,等.基于马尔科夫模型的太湖水质综合评价[J].水资源保护,2015,31(2):50-54.
- [16] 周秋文,苏维词,陈书卿.基于景观指数和马尔科夫模型的铜梁县土地利用分析[J].长江流域资源与环境,2010,19(7):770-775.
- [17] 刘少佳,任志远,杨文艳,等.基于马尔科夫模型土壤侵蚀动态变化研究:以西安都市圈为例[J].水土保持研究,2015,22(5):14-19.
- [18] 杨琦,杨云峰,冯忠祥,等.基于灰色理论和马尔科夫模型的城市公交客运量预测方法[J].中国公路学报,2013,26(6):169-175.
- [19] 芮海田,吴群琪,袁华智,等.基于指数平滑法和马尔科夫模型的公路客运量预测方法[J].交通运输工程学报,2013,13(4):87-93.
- [20] 梁桂兰,徐卫亚.模糊马尔科夫链状模型在斜坡稳定性预测中的应用[J].中国地质灾害与防治学报,2006,17(4):64-67.
- [21] 李杨,唐仲华,方琼.含水层非均质结构的马尔科夫链地质统计方法及应用[J].地质科技情报,2006,25(5):92-96.
- [22] 田玉昆,周辉,袁三一.基于马尔科夫随机场的岩性识别方法[J].地球物理学报,2013,56(4):1360-1368.
- [23] 宋印胜.马尔科夫链模型在地下水水位预测中的应用[J].山东地质,1998,14(1):34-40.
- [24] 李彬,史海滨,李祯,等.基于马尔科夫链模型的河套灌区上中下游地下水埋深预测研究[J].干旱地区农业研究,2014,32(5):206-212.
- [25] 韩璞璞,张生,李畅游,等.基于马尔科夫链模型的庐江县降水量预测[J].水文,2012,32(3):38-42.