

考虑离心力非线性影响的高坝底挑消能收缩水深解析算式研究

王贺瑶^{1,2}, 黄朝煊^{1*} (1. 浙江省水利水电勘测设计院, 浙江杭州 310002; 2. 宁海县水利局, 浙江宁海 315600)

摘要 针对现有底挑消能共轭水深计算公式未考虑坎底离心力影响, 根据水力学理论推导了考虑离心力影响的坎底收缩水深非线性方程, 该方程形式复杂, 通常采用试算法或牛顿迭代法求解; 通过无量纲原理及高精度数值拟合, 巧妙地将复杂非线性方程转换为可公式求解的一元三次方程, 进而给出收缩水深解析计算式, 并认为考虑离心力影响后坎底收缩水深比规范一般算法成果稍大; 并通过工程实例计算比较, 该解析计算式方便简捷、精度可靠。

关键词 工程水力学; 高坝底挑消能; 收缩水深; 跃后共轭水深
中图分类号 S27; TVB1.4 **文献标识码** A **文章编号** 0517 – 6611(2015)23 – 344 – 02

The Study of Shrink Depth for Underflow Energy Dissipation with Hight Dam
WANG He-yao^{1,2}, HUANG Chao-xuan^{1*} (1. Zhejiang Provincial Water Conservancy and Hydropower Survey and Design Institute, Hangzhou, Zhejiang 310002; 2. Ninghai County Water Conservancy Bureau, Ninghai, Zhejiang 315600)
Abstract Against the calculation of existing energy dissipation formula does not consider the depth of the contraction force, according to the hydraulics theory, the formula of contraction depth considering the centrifugal force is given with non-dimensional and mathematical derivation, and by engineering calculation and comparing, the analytical formula to facilitate is simple, precision and reliability.
Key words Engineering hydraulics; Energy dissipation with bottom pick; Centrifugal force; Shrink depth

由于现有消能计算公式^[1]中收缩水深的计算未考虑急变流离心力的影响, 对于高坝, 其总水头较大, 其底坎收缩水深一般也较大, 底坎圆弧离心力对收缩水深的壅高影响较明显, 因此必须考虑其影响。黄朝煊^[2]对不同扩散度下矩形断面消力池跃后共轭水深、池深极值进行了无量纲化数学推导, 进而得出了矩形断面消力池池深极值的直接计算公式; 梁曾相^[3-4]、田忠等^[5]对急变流对收缩水深的影 响进行了初步探讨, 程飞等^[6-7]、褥勇伸^[8]对底挑消能进行了数值模拟分析, 田嘉宁等^[9]、刘璐等^[10]通过试验模型对消力池进行了研究, 但不能得出通用性规律。

该文利用 Matlab 软件及 CurveExpert 拟合软件, 对底挑消能共轭水深计算进行深入研究。

1 底挑消能收缩水深计算

根据能量原理, 急变流处的能量方程:

$$\frac{1}{Q}A_0\int_A(z_0+p_0/\gamma)v_0dA_0+\alpha_0V_0^2/2g=\frac{1}{Q}\int_A(z+p/\gamma)vdA+\alpha V^2/2g+h_{损} \tag{1}$$

式中: Q 为流量 (m^3/s); A_0 和 A 、 z_0 和 z 、 p_0 和 p 、 v_0 和 v 、 α_0 和 α 分别为断面面积 (m^2); 断面高程 (m); 断面水压 (m); 断面流速 (m/s) 以及断面水流动能修正系数 (见图 1)。

根据离心力计算公式并积分推导可知, 底挑凹曲面对流体的能量方程影响附加项可表示为:

$$\frac{\frac{1}{Q}\int_A(z+p/\gamma)vdA}{\frac{1}{Q}\int_AvdA}-(z+p/\gamma)=K_0\cdot\frac{v^2}{2g} \tag{2}$$

基金项目 水利部公益性行业科研专项项目 (NO. 201401010); 围垦院软基水闸创新团队科标业项目。
作者简介 王贺瑶 (1979 –), 女, 辽宁抚顺人, 硕士, 工程师, 从事水工结构研究。* 通讯作者, 硕士, 从事水工结构及岩土工程研究。
收稿日期 2015-06-16

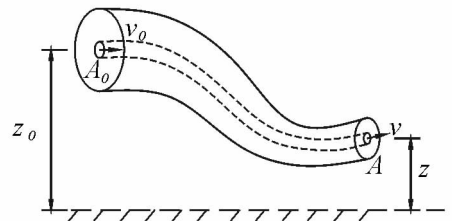


图 1 高坝底挑消能简图

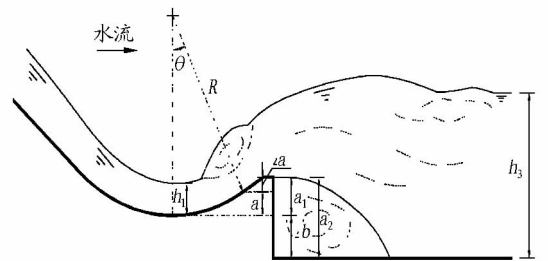


图 2 高坝底挑消能简图

其中: 附加影响系数 $K_0=2[\frac{R}{h_1}\ln\frac{R/h_1}{R/h_1-1}-1]$, 当其为平顺面时, $R\rightarrow\infty$, $K_0=0$ 。

因此, 考虑底挑离心力影响的高坝底挑消能收缩水深方程为:

$$T_0=h_1+\frac{\alpha q^2}{2gh_1^2}(1/\varphi^2+K_0) \tag{3}$$

式中: T_0 为以收缩断面底部为基准面的泄水建筑物上游总水头 (m); h_1 收缩断面水深 (m); φ 为流速系数; g 为重力加速度常数; q 为单宽流量 (m^2/s); R 底挑圆弧半径 (m)。

由于 K_0 为收缩水深和底坎圆弧半径的非线性函数, 根据能量方程 (3) 很难直接计算断面收缩水深, 通常的计算方法是试算法、牛顿迭代法和高斯迭代法等, 这些方法对工程师数学功底要求较高, 不便于工程应用推广。

基于此, 通过 Matlab 软件数值, 对 K_0 进行多项式高精度

数值拟合,进而巧妙地将复杂非线性方程(3)转换为一元三次方程, K_0 的高精度数值拟合公式为:

$$K_0 = 2 \left[\frac{R}{h_1} \ln \frac{R/h_1}{R/h_1 - 1} - 1 \right] \approx 1.38 (h_1/R)^2 + 0.86 (h_1/R) \quad (4)$$

通过数值分析可知,对于 $h_1/R < 0.6$ 时,公式(4)相关系数大于 0.99,最大相对误差小于 1.5%。

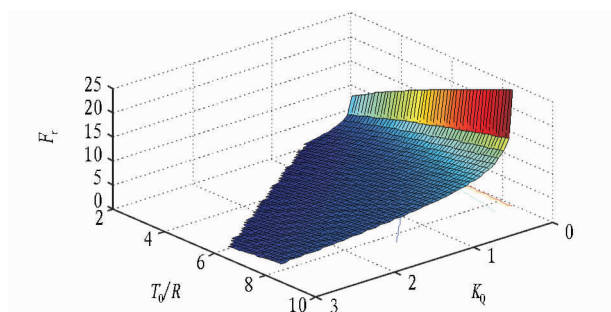


图3 F_r 与 K_0 、 T_0/R 的关系曲面

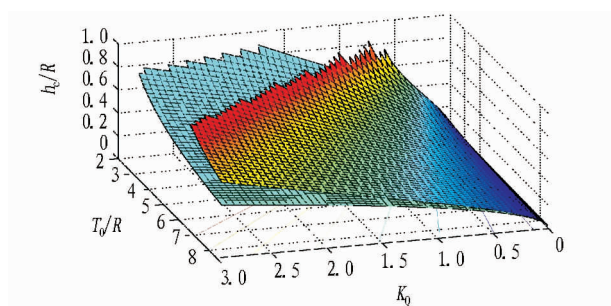


图4 收缩水深 h_1/R 与 T_0/R 、 K_0 的关系曲面

对方程(3)无量纲化,记 $\bar{T}_0 = T_0/R$, $\bar{h}_1 = h_1/R$, $K_0 = \frac{\alpha q^2}{gR^3}$, 将 K_0 参数代入上方程:

$$\bar{h}_1^3 - (\bar{T}_0 - 0.69K_0)\bar{h}_1^2 + 0.43K_0\bar{h}_1 + \frac{1}{2\varphi^2}K_0 = 0 \quad (5)$$

根据一元三次方程卡当公式解,求解方程(5)得:

$$\bar{h}_1 = \omega^2 \left[-\frac{\beta_2}{2} + \sqrt{\frac{\beta_1^3}{27} + \frac{\beta_2^2}{4}} \right]^{1/3} + \omega \left[-\frac{\beta_2}{2} - \sqrt{\frac{\beta_1^3}{27} + \frac{\beta_2^2}{4}} \right]^{1/3} \quad (6)$$

$$\text{其中参数: } \beta_1 = 0.43K_0 - \frac{(\bar{T}_0 - 0.69K_0)^2}{3}; \beta_2 = \frac{1}{2\varphi^2}K_0 + \frac{0.43K_0(\bar{T}_0 - 0.69K_0)}{3} - \frac{2(\bar{T}_0 - 0.69K_0)^3}{27}; \omega = \exp(2\pi j/3)。$$

根据公式(6)计算所得的收缩水深,对收缩断面弗汝德进行无量纲化处理得(见图3):

$$F_r = \left(\frac{q^2}{gh_1^3} \right)^{0.5} = \left(\frac{K_0}{\bar{h}_1^3} \right)^{0.5} \quad (7)$$

通过对 $2.0 < T_0/R < 8.5$, $0 < K_0 < 3$ (由大量数值统计分析得出^[1])内分析底挑消能坎底收缩水深 h_1/R 与 T_0/R 、 K_0 之间的关系曲面(图4),其中上部曲面为考虑坎底圆弧离心力影响系数 K_0 后的无量纲收缩水深,下部曲面为不考虑坎底圆弧离心力影响系数(即 $K_0 = 0$)时的无量纲收缩水深,可

见,考虑圆弧坎底离心力作用下,会出现水流壅高,进而比不考虑离心力时的收缩水深更大,特别是相对收缩水深 h_1/R 值越大时,水深壅高现象越明显,不可忽略。

算例:

某重力坝底挑圆弧半径 $R = 20$ m,总水头 $T_0 = 65.4$ m,单宽流量 $q = 74.08$ m²/s,底挑 $\theta = 30^\circ$, $a_2 = a = a_1 = R(1 - \cos\theta)$ (图1),试求收缩水深 h_1 。

解:若近似不考虑离心力影响系数 K_0 影响,即假设 $K_0 = 0$,则等效于《水闸设计规范》消能计算公式中的收缩水深计算公式,根据文献[2]可知,其收缩水深为: $\frac{h_1}{T_0} = \frac{1}{3} [1 - 2\cos(\frac{\pi + \theta}{3})]$,其中参数 $\theta = \arccos[1 - \frac{27}{8} \frac{2\alpha q^2}{g\varphi^2 T_0^3}]$ (式中各参数同上文),求解可知此时收缩水深为: $h_1 = 0.1108 \times 20 = 2.216$ m。

由于底挑圆弧离心力影响系数 K_0 是收缩水深的非线性函数,比较复杂,采用本文推导的计算方法求解,无量纲参数 $\bar{T}_0 = T_0/R = 3.27$, $K_0 = \frac{\alpha q^2}{gR^3} = 0.07$,根据本文公式(6)可知:

$$\bar{h}_1 = \omega^2 \left[-\frac{\beta_2}{2} + \sqrt{\frac{\beta_1^3}{27} + \frac{\beta_2^2}{4}} \right]^{1/3} + \omega \left[-\frac{\beta_2}{2} - \sqrt{\frac{\beta_1^3}{27} + \frac{\beta_2^2}{4}} \right]^{1/3} = 0.1169, \text{即考虑底挑离心力时收缩水深为: } h_1 = 0.1169 \times 20 = 2.338 \text{ m, 比不考虑坎底圆弧离心力影响时稍大。}$$

3 结语

鉴于当前对高坝消能收缩水深计算中未考虑离心力对收缩水深的壅高影响,基于水力学理论和数值分析理论,对底挑消能进行了深入研究。结果根据水力学理论和能量方程,给出了收缩水深的简洁算式;利用 Matlab 软件编程,给出了其影响关系曲面图。分析认为考虑圆弧坎底离心力作用下,会出现水流壅高,进而比不考虑离心力时的收缩水深更大,特别是相对收缩水 h_1/R 值越大时,水深壅高现象越明显,不可忽略。最后通过算例分析,认为给出的解析算法可靠、方便快捷,比以往的盲目试算法效率更高。

参考文献

- [1] 中华人民共和国水利部. 水工设计手册:第七卷[M]. 2版. 北京:中国水利水电出版社,2014.
- [2] 黄朝煌,王贺瑶,王正中,等. 消力池最不利条件下池深极值探讨[J]. 水力发电学报,2015,34(1):79-84.
- [3] 梁曾相. 恒定急变流的能量方程及其应用[J]. 水利学报,1992(2):32-38.
- [4] 梁曾相. 重力拱坝收缩式消能池中水跃的研究[J]. 水利学报,1991(9):14-24.
- [5] 田忠,王韦,刘善均,等. 曲面急变流水面线及床面压力的计算[J]. 四川大学学报:工程科学版,2002,34(6):43-46.
- [6] 程飞,杨朝晖,刘善均. 底挑消能工共扼水深的优化计算与试验研究[J]. 水力发电学报,2014,33(3):189-193.
- [7] 程飞,白瑞迪,刘善均,等. 数值模拟对比研究微挑消力池水力特性[J]. 水力发电学报,2012,31(2):71-78.
- [8] 柳勇伸,廖华胜,李连侠,等. 浅水垫消力池的数值模拟与实验研究[J]. 水力发电学报,2010,29(2):36-41.
- [9] 田嘉宁,安田阳一,李建中. 台阶式泄水建筑物的消能分析[J]. 水力发电学报,2009(2):96-100.
- [10] 刘璐,张建民,余飞,等. 重力坝下游宽尾墩和消力池联合消能工水力特性试验研究[J]. 水力发电学报,2012,31(2):49-55.