

小额多频农产品投资方式的贝叶斯决策分析

王凤英 (北京物资学院信息学院, 北京 101149)

摘要 运用贝叶斯方法分析了农产品小额多频投资方式的风险决策问题。该方法合理利用新的市场信息, 分析后验风险并量化决策风险, 为农产品企业投资中的风险性决策问题提供参考, 有助于提高项目的收益。

关键词 农产品; 贝叶斯决策; 后验性信息; 期望损失

中图分类号 S-9; O212.8; S11+4 **文献标识码** A **文章编号** 0517-6611(2015)23-326-02

Bayesian Analysis of Small Multi Frequency Investment of Agricultural Products

WANG Feng-ying (School of Information, Beijing Wuzi University, Beijing 101149)

Abstract The risk decision of small multi frequency investment mode of agricultural products was studied based on bayes method. This method can take advantage of new market information reasonably, analyze the posterior risk and quantify the decision risk. It provides a scientific way for the risk decision of agricultural enterprises and is advantageous to enhance the benefit of project.

Key words Agricultural products; Bayes decision; Posteriori information; Expected loss

随着市场经济的发展和人们对健康生活方式的追求, 市场上出现了越来越多的有关投资销售特色农产品的企业。由于农产品的价格受气候、产量、质量、运输、交货、需求、存储期和季节性等诸多因素的影响, 导致企业对农产品多采用小额多频的订购方式, 一般不会一次大量订购。在这样的订购模式下, 投资企业经常面临着诸多的不确定性因素, 对企业的投资带来极大的风险。为确保投资者的最大收益, 制定一个科学合理的投资决策至关重要。决策的正确程度与决策后的期望收益直接相关, 因而需要有较科学的方法来为投资决策提供一个风险较小的方案。一般地, 为了提高决策的正确度, 在作决策之前要进行相关的抽样实验, 决策者根据抽样结果所提供的信息对影响决策的各种因素(自然状态)增加了解后再作决策。而解决类似这样的风险型决策问题, 贝叶斯方法则是十分适用的。在贝叶斯决策中, 通常决策变量有2种类型: 离散型和连续型。笔者以离散型决策变量为例, 利用较为成熟的贝叶斯决策理论, 对小额多频的农产品投资方式的最优决策进行探讨, 期望为农产品企业的投资决策提供一定的参考。

1 基本理论

1.1 贝叶斯决策 贝叶斯决策理论是关于风险条件下或面临不确定因素的情况下应该如何进行抉择的理论^[1-2]。在不完全信息下, 对部分未知的状态用主观概率去估计, 称之为先验概率, 然后再利用贝叶斯公式对先验概率进行修正, 得到后验概率, 最后利用期望值和修正概率做出最优决策。

贝叶斯属于风险型决策, 决策者虽不能控制客观因素的变化, 但却掌握其变化的可能状态及各状态的分布概率。一般地, 一个投资活动中可能面临多个自然状态 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, 决策者可以根据以往的投资数据统计估算出各种状态出现

的可能性, 即先验概率 $P(\theta_1), P(\theta_2), \dots, P(\theta_n)$ 。决策者所能采取的行动方案也有多个: $a_1, a_2, \dots, a_m$, 记为行动集 $\lambda = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 。

1.2 收益矩阵和损失矩阵^[3] 对每个决策方案 a_i 和每个状态 θ_j 计算一个收益, 记为 v_{ij} , 从而形成 m 行 n 列矩阵 $V = (v_{ij})$, 称为风险决策的收益矩阵。

当状态 θ_j 发生时, 由于选择了决策 a_i , 可能未获得最大收益。决策 a_i 所得到的收益与可能得到的最大收益之差即为机会损失, 记为 $l_{ij} = \max_k v_{kj} - v_{ij}$, 从而形成 m 行 n 列矩阵 $L = (l_{ij})$, 称为风险决策的损失矩阵。

1.3 决策函数^[4] 在给定的贝叶斯问题中, 从样本空间 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 到行动集 $\lambda = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 上的一个映射 $\delta(x)$ 称为该问题的一个决策函数。

1.4 完全信息期望值 EVPI^[3] 贝叶斯决策的评价准则一般采用最大期望收益原则或最小期望损失原则。一般地, 最小期望损失原则与最大期望收益原则是等价的, 且下式成立:

$$\sum_j p(\theta_j) v_{ij} + \sum_j p(\theta_j) l_{ij} = \sum_j p(\theta_j) (\max_k v_{kj}) \quad (1)$$

实际上, 设想经过市场调查, 对于究竟发生哪个事件能获得完全信息, 从而可得到相应的最大收益 $\max_k v_{kj}$ 。因此, 在获得完全信息的条件下, 最大期望收益为 $\sum_j p(\theta_j) (\max_k v_{kj})$, 由式(1), 它与没有获得该信息的最大期望收益相比, 两者之差恰为最小期望损失:

$$\sum_j p(\theta_j) (\max_k v_{kj}) - \max_i (\sum_j p(\theta_j) v_{ij}) = \min_i \sum_j p(\theta_j) l_{ij} \quad (2)$$

式(2)被定义为完全信息的期望值 EVPI。

2 研究方法

在贝叶斯决策中, 一般先进行验前分析。然后通过抽样增加信息量, 根据新的信息来修正概率进行验后分析。验后分析是贝叶斯决策进行统计分析的主要方法。

2.1 先验分析 首先估计自然状态 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ 出现的概率 $P(\theta_1), P(\theta_2), \dots, P(\theta_n)$, 并确定决策者可采用的行动集 $\lambda = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 。算出收益矩阵 $V = (v_{ij})$ 和损失矩阵 $L = (l_{ij})$ 。根据最小期望损失原则, 计算各行动方案的先验期望

基金项目 智能物流系统北京市重点实验室(BZ0211); 039 专业建设—专业群建设(市级)项目(PXM2015-014214-000039)。
作者简介 王凤英(1973-), 女, 山东东阿人, 讲师, 硕士, 从事应用数学研究。
收稿日期 2015-06-15

损失值:

$$E^\theta(a_i) = \sum_{j=1}^n P(\theta_j) l_{ij}, (i=1,2,\cdots,m)$$

相应的最优决策方案为 a_k , 其中 a_k 满足 $E^\theta(a_k) = \min_i E^\theta(a_i)$ 。此时, 完全信息期望值 $EVPI = E^\theta(a_k)$ 。

2.2 后验风险分析 若存在某一决策函数, 使得此决策函数在全部决策函数中具有最小的后验风险, 则这个决策函数为后验风险准则下的最优决策函数, 也就是贝叶斯决策函数。根据后验风险准则作的贝叶斯决策由补充新信息、修正概率、确定最优决策函数和计算补充信息价值 4 部分组成。

2.2.1 补充新信息。 对可观察的随机变量 X 作 s 次观察 (或调查), 得到一个样本 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_s)$, 这即为从市场活动中搜集到的新信息, 同时通过资料获取各种自然状态下取得不同样本值的条件概率 $P(x/\theta)$, 其中 θ 取值 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$; x 取值 $x_1, x_2, \cdots, x_s$ 。

2.2.2 修正概率。 在已知先验概率 $P(\theta)$ 及条件概率 $P(x/\theta)$ 的基础上, 利用贝叶斯公式可得, 在样本 x 给定下, θ 的后验概率 (即修正概率) 为:

$$P(\theta/x) = \frac{P(\theta)P(x/\theta)}{P(x)}$$

式中, $P(x) = \sum_{j=1}^n P(\theta_j)P(x/\theta_j)$ 。

2.2.3 确定最优决策函数。 根据已得的后验修正概率 $P(\theta/x)$, 计算各行动方案的后验期望损失:

$$E^{\theta/x}(a_i) = \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot P(\theta_j/x), (i=1,2,\cdots,m)$$

式(5)即为后验风险。

在所有的决策函数 $\delta(x)$ 中, 若存在决策函数 $\delta_0(x)$, 使得它具有最小的后验风险, 则 $\delta_0(x)$ 即为后验风险准则下的最优决策函数。

2.2.4 计算补充信息价值。 完全信息期望值 $EVPI$ 表示决策者在掌握完全信息时的期望损失或期望收益, 它是以先验概率为基础的。而在获得样本信息后, 在以后验概率为基础的讨论中, 也可类似得出完全信息后验期望值, 即后验 $EVPI$ 。

而后验 $EVPI$ 仍是依赖于样本 x 的随机变量, 用样本 x 的边缘分布, 对后验 $EVPI$ 再求一次数学期望以消除随机性, 得到后验 $EVPI$ 的期望值。

一般情况下, 样本信息的获得会增加决策者对状态 θ 的了解, 决策过程中期望损失会降低, 这个减少量就称为抽样信息期望值 $EVSI$ 。

$$EVSI = \text{先验 } EVPI - \text{后验 } EVPI \text{ 的期望值}$$

$EVSI$ 值就是获得样本信息后给决策者带来的收益, 这就是补充新信息的价值。应当指出的是, 补充信息通常具有不确定性, 因而这样的信息是不完全的, 也称为抽样信息。与完全信息相比, 补充信息价值不会大于完全信息价值。

3 实证分析

某农产品企业欲增加一个有关绿色有机农产品的投资项目。市场经验表明, 一年中每 100 次投资里失败次数 θ 的概率分布 $P(\theta)$ 如下 $P(5) = 0.3; P(6) = 0.4; P(7) = 0.2; P(8) = 0.1$ 。

假定每次投资失败, 企业平均要付出损失 4 000 元。为进行该项目, 每年的固定成本为 10 万元。该企业预计每次投资会产生利润 350 元, 每年可投资 1 000 次。试求完全信息期望值 $EVPI$ 。另外, 投资者决定从每百次投资中抽取 3 次进行调查, 根据投资失败的次数 x 来决定是否继续该投资项目, 找出最优决策函数, 并算出抽样信息期望值 $EVSI$ 。

3.1 求全信息期望值 由实际情况, 该公司面临 2 个行动方案的选择: 方案 a_1 , 不增加该投资项目; 方案 a_2 , 增加该投资项目。经过计算, 容易得到收益矩阵 $V = (v_{ij})$ 和损失矩阵 $L = (l_{ij})$:

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 50\,000 & 10\,000 & -30\,000 & -70\,000 \end{pmatrix}$$
$$L = \begin{pmatrix} 50\,000 & 10\,000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30\,000 & 70\,000 \end{pmatrix}$$

方案 a_1 和 a_2 的先验期望损失分别为:

$$E^\theta(a_1) = \sum_{j=1}^4 P(\theta_j) l_{1j} = 50\,000 \times 0.3 + 10\,000 \times 0.4 + 0 + 0 = 19\,000$$

$$E^\theta(a_2) = \sum_{j=1}^4 P(\theta_j) l_{2j} = 0 + 0 + 30\,000 \times 0.2 + 70\,000 \times 0.1 = 13\,000$$

在先验期望准则下, a_2 是最优行动方案, 故完全信息期望值 $EVPI = 13\,000$ 元/年。

3.2 补充新信息 投资者抽取 3 次投资行动进行调查, 失败次数 x 的可能取值为 0、1、2、3, 则 x 服从二项分布, 且:

$$P(x/\theta) = P(X = x/\theta) = C_3^x \left(\frac{\theta}{100}\right)^x \left(1 - \frac{\theta}{100}\right)^{3-x}, x = 0, 1, 2, 3.$$

而从 $\{0, 1, 2, 3\}$ 到 $\{a_1, a_2\}$ 上的任一映射 $\delta(x)$ 都是一个决策函数。

3.3 修正概率 根据先验概率 $P(\theta)$ 可以算出 x 的边缘概率 $P(x)$, 结果如下: 当 x 分别为 0、1、2、3 时, 对应的 $P(x)$ 分别为 0.828 186、0.160 871、0.010 699、0.000 235。

由边缘概率 $P(x)$ 及公式(4), 可计算得出 $x = x_i$ 下的后验概率 $P(\theta/x)$, 见表 1。

表 1 各 x 值下的后验概率				
x	0	1	2	3
$\theta_1 = 5$	0.310 6	0.252 4	0.199 8	0.153 9
$\theta_2 = 6$	0.401 2	0.395 5	0.379 5	0.354 5
$\theta_3 = 7$	0.194 2	0.225 8	0.255 6	0.281 5
$\theta_4 = 8$	0.094 0	0.126 3	0.165 1	0.210 1

3.4 确定最优决策函数 根据表 1, 利用公式(5)计算出各行动方案的后验期望损失, 结果见表 2。

表 2 各 x 值下行动方案的后验期望损失				
x	0	1	2	3
$E^{\theta/x}(a_1)$	19 542	16 575	13 875	14 785
$E^{\theta/x}(a_2)$	12 406	15 615	19 225	23 152

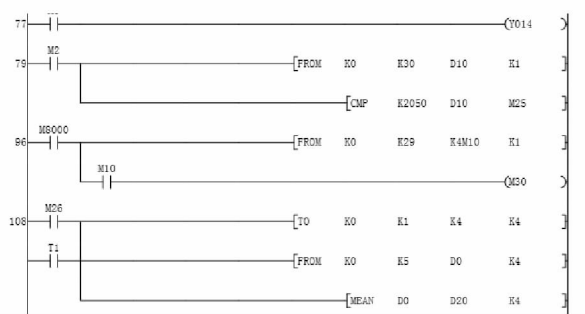


图4 FX2N-4AD-PT 温度控制编程实例

3 结语

我国对温室控制系统的研究相对落后,而智能温室控制系统的研发对我国农业生产方式的集约化和高效化发展有着非常重要的意义。基于温室环境多变量控制关系及系统理论,在欧姆龙 PLC 下位机和上位机的人机交互模式下,能

够有效地弥补传统温室控制系统的不足,实现了环境因素采集、判断分析、数据初始化及控制输出的自动化,完善了数据记录、远程控制和环境因素控制等功能,达到温室控制系统的要求。

参考文献

- [1] 陈杰,杨祥龙,周胜军. 中国设施园艺研究现状与发展趋势[J]. 中国农学通报,2005,21(1):236-238.
- [2] 姜云超,王三反. 青藏高原生态大棚温度环境的仿真研究[J]. 西北农林科技大学学报,2004,32(5):92-96.
- [3] 蔡自兴,徐光祐. 人工自能及其应用[M]. 北京:清华大学出版社,2003.
- [4] 吴肖龙,柯建宏,姚然,等. 温室土壤湿度的模糊控制系统研究[J]. 安徽农业科学,2014,42(30):10798-10800.
- [5] 杜尚丰,孙明,董乔雪. 智能控制理论与应用[M]. 北京:中国农业大学出版社,2005.
- [6] 郭俊,刘畅,姚峰林,等. 基于 PLC 温控系统的 PID 控制器的实现[J]. 机械工程与自动化,2005,130(3):31-32.
- [7] 郭洪源,许维胜,余有灵. 基于 MATLAB GUI 的汽车外灯控制系统演示模型[J]. 计算机应用与软件,2012,29(2):187-189.

(上接第 327 页)

根据风险最小(期望损失最小)原则,对抽样结果 x 的每个可能制定最优结果,就得到最优决策函数:

$$\delta_0(x) = \begin{cases} a_1, & x=2,3 \\ a_2, & x=0,1 \end{cases}$$

3.4 计算后验 EVPI 和 EVSI 由表 2 的后验期望损失结果可计算出后验 EVPI,即为表 2 中每个 x 值下的最小后验期望损失:

$x=0$ 时,后验 EVPI = 12 406

$x=1$ 时,后验 EVPI = 15 615

$x=2$ 时,后验 EVPI = 13 875

$x=3$ 时,后验 EVPI = 14 785

后验 EVPI 的期望值是用 x 的边缘概率 $P(x)$ 和对后验 EVPI 求期望而得,即:

后验 EVPI 的期望值 = $12\ 406 \times 0.828\ 186 + 15\ 615 \times 0.160\ 871 + 13\ 875 \times 0.010\ 699 + 14\ 785 \times 0.000\ 235 \approx 12\ 938.5$

$EVSI = 13\ 000 - 12\ 938.5 = 61.5$ (元)

这表明,根据抽样结果 x 定出的最优决策函数 $\delta_0(x)$ 要

比抽样前的最优行动减少损失 61.5 元,也就是抽样给决策者带来的增益。

4 结语

在市场经济中许多问题都是难以完全准确预测的,投资者经常会遇到在不确定状态下作决策的问题。投资者总是希望自己的决策更有依据,期望收益更高,期望损失更低。贝叶斯方法则是比较完善的用于解决这类风险型决策问题的方法。研究表明,贝叶斯方法充分利用总体信息、样本信息、先验信息和损失函数,计算出最优决策函数和最小后验期望损失,并能算出抽样为决策者带来的增益,使得整个决策过程更有说服力,更具科学性,充分体现出该方法的优越性。

参考文献

- [1] 张华歆. 预测与决策——理论及应用[M]. 上海:上海交通大学出版社,2014.
- [2] 王明辉. 贝叶斯决策方法及其应用[J]. 韶关学院学报:自然科学版,2014(10):8-12.
- [3] 王凤英,梁志新. 基于数学期望的采购风险管理决策分析[J]. 物流技术,2012(9):228-230.
- [4] 朱震峰,苗敬毅. 贝叶斯决策法的应用[J]. 太原大学学报,2007,8(3):74-76.